105 學科能力測驗試題與詳解

第一部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」. 各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算.

(　　)1. 設 $f(x)$ 為二次實係數多項式，已知 $f(x)$ 在 $x=2$ 時有最小值 1 且 $f(3)=3$．請問 $f(1)$ 之值為下列哪一選項?

(1) 5　(2) 2　(3) 3　(4) 4　(5)條件不足，無法確定

(　　)2. 請問 $\sin 73°$，$\sin 146°$，$\sin 219°$，$\sin 292°$，$\sin 365°$ 這五個數值的中位數是哪一個?

(1) $\sin 73°$　(2) $\sin 146°$　(3) $\sin 219°$　(4) $\sin 292°$　(5) $\sin 365°$

(　　)3. 坐標平面上兩圖形 Γ_1，Γ_2 的方程式分別為：Γ_1 ：$(x+1)^2+y^2=1$，Γ_2 ：$(x+y)^2=1$．

請問 Γ_1，Γ_2 共有幾個交點?

(1) 1 個　(2) 2 個　(3) 3 個　(4) 4 個　(5) 0 個

(　　)4. 放射性物質的半衰期 T 定義為每經過時間 T，該物質的質量會衰退成原來的一半．鉛製容器中有兩種放射性物質 A，B，開始紀錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的兩倍，而 120 小時後兩種物質的質量相同．已知物質 A 的半衰期為 7.5 小時，請問物質 B 的半衰期為幾小時?

(1) 8 小時　(2) 10 小時　(3) 12 小時　(4) 15 小時　(5) 20 小時

(　　)5. 坐標空間中一質點自點 $P(1,1,1)$ 沿著方向 $\overrightarrow{a}=(1,2,2)$ 等速直線前進，經過 5 秒後剛好到達平面 $x-y+3z=28$ 上，立即轉向沿著方向 $\overrightarrow{b}=(-2,2,-1)$ 依同樣的速率等速直線前進．請問再經過幾秒此質點會剛好到達平面 $x=2$ 上?

(1) 1 秒　(2) 2 秒　(3) 3 秒　(4) 4 秒　(5)永遠不會到達

(　　)6.　設$\langle a_n \rangle$為一等比數列．已知前十項的和為$\sum_{k=1}^{10} a_k = 80$，前五個奇數項的和為

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 120$，請選出首項$a_1$的正確範圍．

(1) $a_1 < 80$　(2) $80 \le a_1 < 90$　(3) $90 \le a_1 < 100$　(4) $100 \le a_1 < 110$　(5) $110 \le a_1$

二、多選題（占 35 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」．各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算．

(　　)7.　下列各方程式中，請選出有實數解的選項．

(1) $|x|+|x-5|=1$　(2) $|x|+|x-5|=6$　(3) $|x|-|x-5|=1$　(4) $|x|-|x-5|=6$

(5) $|x|-|x-5|=-1$

(　　)8.　下面是甲、乙兩個商場的奇異果以及蘋果不同包裝的價格表，例如：甲商場奇異果價格「35 元／一袋 2 顆」表示每一袋有 2 顆奇異果，價格 35 元．

甲商場售價

奇異果價格	20 元 / 一袋 1 顆	35 元 / 一袋 2 顆
蘋果價格	45 元 / 一袋 1 顆	130 元 / 一袋 3 顆
奇異果價格	80 元 / 一袋 5 顆	100 元 / 一袋 6 顆
蘋果價格	260 元 / 一袋 6 顆	340 元 / 一袋 8 顆

乙商場售價

奇異果價格	18 元 / 一袋 1 顆	50 元 / 一袋 3 顆
蘋果價格	50 元 / 一袋 1 顆	190 元 / 一袋 4 顆
奇異果價格	65 元 / 一袋 4 顆	95 元 / 一袋 6 顆
蘋果價格	280 元 / 一袋 6 顆	420 元 / 一袋 10 顆

依據上述數據，請選出正確的選項．

(1)在甲商場買一袋 3 顆裝的蘋果所需金額低於買三袋 1 顆裝的蘋果

(2)乙商場的奇異果售價，一袋裝愈多顆者，其每顆單價愈低

(3)若只想買奇異果，則在甲商場花 500 元最多可以買到 30 顆奇異果

(4)如果要買 12 顆奇異果和 4 顆蘋果，在甲商場所需最少金額低於在乙商場所需最少金額

(5)無論要買多少顆蘋果，在甲商場所需最少金額都低於在乙商場所需最少金額

(　　)9. 下列各直線中，請選出和 z 軸互為歪斜線的選項．

(1) L_1 ： $\begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}$　(2) L_2 ： $\begin{cases} y=0 \\ x+z=1 \end{cases}$　(3) L_3 ： $\begin{cases} z=0 \\ x+y=1 \end{cases}$　(4) L_4 ： $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$　(5) L_5 ： $\begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$

(　　)10. 設 a，b，c 皆為正整數，考慮多項式 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+2$ ．請選出正確的選項．

(1) $f(x)=0$ 無正根　(2) $f(x)=0$ 一定有實根　(3) $f(x)=0$ 一定有虛根

(4) $f(1)+f(-1)$ 的值是偶數　(5)若 $a+c>b+3$，則 $f(x)=0$ 有一根介於 -1 與 0 之間．

(　　)11. 一個 41 人的班級某次數學考試，每個人的成績都未超過 59 分．老師決定以下列方式調整成績：原始成績為 x 分的學生，新成績調整為 $40\log_{10}\left(\frac{x+1}{10}\right)+60$ 分（四捨五入到整數）．請選出正確的選項．

(1)若某人原始成績是 9 分，則新成績為 60 分

(2)若某人原始成績超過 20 分，則其新成績超過 70 分

(3)調整後全班成績的全距比原始成績的全距大

(4)已知小文的原始成績恰等於全班原始成績的中位數，則小文的新成績仍然等於調整後全班成績的中位數

(5)已知小美的原始成績恰等於全班原始成績的平均，則小美的新成績仍然等於調整後全班成績的平均（四捨五入到整數）．

(　　)12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=20^\circ$， $\overline{AB}=5$， $\overline{BC}=4$ ．請選出正確的選項．

(1)可以確定 $\angle B$ 的餘弦值　(2)可以確定 $\angle C$ 的正弦值　(3)可以確定 $\triangle ABC$ 的面積

(4)可以確定 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑　(5)可以確定 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑．

(　　)13. 甲、乙、丙、丁四位男生各騎一台機車約 A，B，C，D 四位女生一起出遊，他們約定讓四位女生依照 A，B，C，D 的順序抽鑰匙來決定搭乘哪位男生的機車．其中除了 B 認得甲的機車鑰匙，並且絕對不會選取之外，每個女生選取這些鑰匙的機會都均等．請選出正確的選項．

(1) A 抽到甲的鑰匙的機率大於 C 抽到甲的鑰匙的機率

(2) C 抽到甲的鑰匙的機率大於 D 抽到甲的鑰匙的機率

(3) A 抽到乙的鑰匙的機率大於 B 抽到乙的鑰匙的機率

(4) B 抽到丙的鑰匙的機率大於 C 抽到丙的鑰匙的機率

(5) C 抽到甲的鑰匙的機率大於 C 抽到乙的鑰匙的機率．

第二部分：選填題（占 35 分）

說明：第 A 至 G 題，每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分．

A. 考慮每個元（或稱元素）只能是 0 或 1 的2×3階矩陣，且它的第一列與第二列不相同且各列的元素不能全為零，這樣的矩陣共有________個

B. 坐標平面上 O 為原點，設 $\overrightarrow{u}=(1,2)$，$\overrightarrow{v}=(3,4)$．令Ω為滿足$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{u}+y\overrightarrow{v}$的所有點 P 所形成的區域，其中$\frac{1}{2}\le x\le1$，$-3\le y\le\frac{1}{2}$，則Ω的面積為________平方單位（化成最簡分數）

C. 從橢圓Γ的兩焦點分別作垂直於長軸的直線，交橢圓於四點．已知連此四點得一個邊長為 2 的正方形，則Γ的長軸長為________．

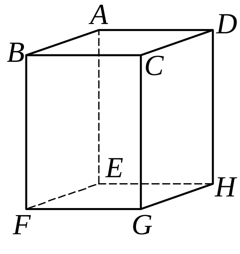
D. 線性方程組$\begin{cases}x+2y+3z=0\\2x+y+3z=6\\x-y=6\\x-2y-z=8\end{cases}$經高斯消去法計算後，其增廣矩陣可化簡為$\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&a&b\\0&1&c&d\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{array}\right]$，

則$a=$________，$b=$________，$c=$________，$d=$________．

E. 設 a 為一實數，已知在第一象限滿足聯立不等式$\begin{cases}x-3y\le a\\x+2y\le14\end{cases}$的所有點所形成之區域面積為$\frac{213}{5}$平方單位，則$a=$________．

F. 投擲一公正骰子三次，所得的點數依序為 a，b，c．在 b 為奇數的條件下，行列式$\begin{vmatrix}a&b\\b&c\end{vmatrix}>0$的機率為________．(化成最簡分數)

G. 如右圖所示，$ABCD-EFGH$ 為一長方體．若平面 BDG 上一點 P 滿足$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}+a\overrightarrow{AE}$，則實數$a=$________．(化成最簡分數)



105 年學科能力測驗　答案與解析

答　案

第一部分：選擇題

一、單選題

1. (3)　2. (5)　3. (2)　4. (1)　5. (2)　6. (4)

二、多選題

7. (2)(3)(5)　8. (1)(2)(4)　9. (3)(5)　10. (1)(4)(5)　11. (1)(2)(4)　12. (2)(5)　13. (4)(5)

第二部分：選填題

A. 42　B. $\frac{7}{2}$　C. $1+\sqrt{5}$　D. $a=1$，$b=4$，$c=1$，$d=-2$　E. 6　F. $\frac{19}{36}$　G. $\frac{4}{3}$

解　析

第一部分：選擇題

一、單選題

1. 因為 $f(x)$ 在 $x=2$ 時有最小值 1，所以可設 $f(x)=a(x-2)^2+1$，$a>0$.

   又因為 $f(3)=a+1=3$，所以 $a=2$，即 $f(x)=2(x-2)^2+1$.

   因此 $f(1)=2+1=3$，故選(3)．

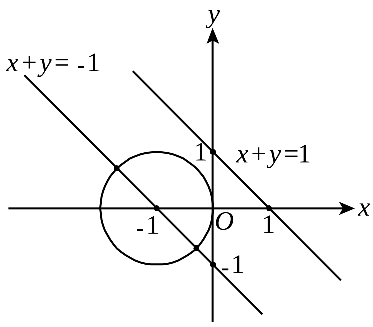
2. 利用換算公式，將角度化為銳角，得
   $\sin 146°=\sin(180°-34°)=\sin 34°$，
   $\sin 219°=\sin(180°+39°)=-\sin 39°$，
   $\sin 292°=\sin(360°-68°)=-\sin 68°$，
   $\sin 365°=\sin(360°+5°)=\sin 5°$.
   因為在 $0°\sim 90°$ 的範圍內，正弦值為正且角度愈大值愈大，
   所以 $\sin 73°>\sin 146°>\sin 365°>\sin 219°>\sin 292°$.
   得知中位數為 $\sin 365°$，故選(5)．

3. 由圓的標準式知，Γ_1是圓心為$(-1,0)$，半徑為1的圓．

因為$(x+y)^2=1 \Leftrightarrow x+y=1$或$x+y=-1$，

所以Γ_2為二平行直線$x+y=1$與$x+y=-1$．

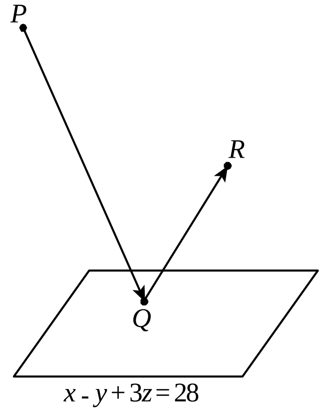
由右圖得知，兩圖形共有 2 個交點，故選(2)．



4. 設 B 的半衰期為 T 小時，且開始記錄時 B 的質量為 n．依題意，得 $2n\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{7.5}}=n\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{T}}$，

約去 n，得 $2\left(\frac{1}{2}\right)^{16}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{T}}\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{15}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{T}}$，即 $15=\frac{120}{T}$，解得 $T=8$，故選(1)．

5. 設質點到達兩平面的點分別為 Q 與 R，如右圖所示．



將參數式 $\overleftrightarrow{PQ}$：$\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=1+2t\end{cases}$（$t\in\mathbb{R}$）代入 $x-y+3z=28$，得

$(1+t)-(1+2t)+3(1+2t)=28\Rightarrow3+5t=28\Rightarrow t=5$，即 $Q(6,11,11)$．

再將參數式 $\overleftrightarrow{QR}$：$\begin{cases}x=6-2s\\y=11+2s\\z=11-s\end{cases}$（$s\in\mathbb{R}$）代入 $x=2$，

得 $6-2s=2\Rightarrow s=2$，即 $R(2,15,9)$．

因為 $\frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$，所以經過 $5\times\frac{2}{5}=2$ 秒到達 R 點，故選(2)．

6. 設公比為 r，利用等比級數的和公式，得 $\begin{cases}\dfrac{a_1\left(1-r^{10}\right)}{1-r}=80\\\dfrac{a_1\left(1-r^{10}\right)}{1-r^2}=120\end{cases}$，

兩式相除，得 $1+r=\frac{2}{3}\Rightarrow r=-\frac{1}{3}$，因此 $a_1\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{10}\right)=80\left(1+\frac{1}{3}\right)\Rightarrow a_1\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right)=\frac{320}{3}$．

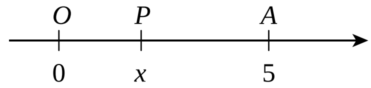
因為 $1-\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\approx1$，所以 $a_1\approx\frac{320}{3}$，故選(4)．

二、多選題

7. 在數線上，$|x|=|x-0|$ 表 $P(x)$ 與 $O(0)$ 的距離；$|x-5|$ 表 $P(x)$ 與 $A(5)$ 的距離．

(1) 分兩種情形討論：

(i)若 P 在 $\overline{OA}$ 上，則 $|x|+|x-5|=\overline{OA}=5$．



(i) P 在 $\overline{OA}$ 上

(ii)若 P 在 $\overline{OA}$ 外，則 $|x|+|x-5|>\overline{OA}=5$．

即 $|x|+|x-5|\geq5$，得知此選項錯．

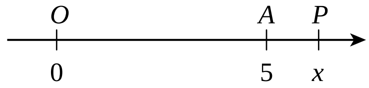
(2) 當 $x=-0.5$ 或 5.5 時，滿足 $|x|+|x-5|=6$．

(3) 當 $x=3$ 時，滿足 $|x|-|x-5|=1$．

(4) 分兩種情形討論：

(i)若 P 在 $\overline{OA}$ 上，則 $|x|-|x-5|\le 5$ ．

(ii)若 P 在 $\overline{OA}$ 外，則 $|x|-|x-5|=5$ 或 -5 ．



(ii) P 在 $\overline{OA}$ 外

得知此選項錯．

(5) 當 $x=2$ 時，滿足 $|x|-|x-5|=-1$ ．

故選(2)(3)(5)．

8. 計算每一包裝一顆水果的價錢（依題中的順序，四捨五入至小數第一位）：

甲商場

奇異果	20	17.5	16	16.7
蘋果	45	43.3	43.3	42.5

乙商場

奇異果	18	16.7	16.3	15.8
蘋果	50	47.5	46.7	42

結論：除甲的奇異果 5 顆裝較 6 顆裝便宜及甲的蘋果 3 顆裝與 6 顆裝每顆單價相同外，一袋裝愈多顆者其每顆單價愈低．

(1)一袋 3 顆裝 130 元低於三袋 1 顆裝 $3\times 45=135$（元）.

(2)由乙商場的分析表得知，此選項正確．

(3)買 5 顆裝六袋及 1 顆裝一袋，需 $6\times 80+1\times 20=500$（元），可買 31 顆．

(4)甲：最少需 $(2\times 80+1\times 35)+(1\times 130+1\times 45)=370$（元）.

乙：最少需 $2\times 95+1\times 190=380$（元）.

得知甲低於乙．

(5)錯！當買 40 顆蘋果時，甲最少需 $5\times 340=1700$（元），乙最少需 $4\times 420=1680$（元），

此時甲高於乙．

故選(1)(2)(4)．

9. 將 z 軸及 5 個選項的方程式均改寫為參數式：

z 軸：$\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$（$t\in\mathbb{R}$），$L_1$：$\begin{cases}x=0\\y=t_1\\z=0\end{cases}$（$t_1\in\mathbb{R}$），$L_2$：$\begin{cases}x=t_2\\y=0\\z=1-t_2\end{cases}$（$t_2\in\mathbb{R}$），

L_3：$\begin{cases}x=t_3\\y=1-t_3\\z=0\end{cases}$（$t_3\in\mathbb{R}$），$L_4$：$\begin{cases}x=1\\y=1\\z=t_4\end{cases}$（$t_4\in\mathbb{R}$），$L_5$：$\begin{cases}x=t_5\\y=1\\z=1\end{cases}$（$t_5\in\mathbb{R}$）.

(1) z 軸與 L_1 聯立，解得 $x=0$，$y=0$，$z=0$，即交一點 $(0,0,0)$ ．

(2) z 軸與 L_2 聯立，解得 $x=0$，$y=0$，$z=1$，即交一點 $(0,0,1)$ ．

(3) z 軸與 L_3 聯立，無解，即不相交．

又方向向量 $\overrightarrow{v_z}=(0,0,1)$ 與 $\overrightarrow{v_3}=(1,-1,0)$ 不平行，所以歪斜．

(4) 因為方向向量 $\overrightarrow{v_z}=(0,0,1)$ 與 $\overrightarrow{v_4}=(0,0,1)$ 平行，所以不是歪斜．

(5) z 軸與 L_5 聯立，無解，即不相交，

又方向向量 $\overrightarrow{v_z}=(0,0,1)$ 與 $\overrightarrow{v_5}=(1,0,0)$ 不平行，所以歪斜．

故選(3)(5)．

10. (1) 若 $r>0$，則 $f(r)=r^4+ar^3+br^2+cr+2$ 恆正，即必不等於 0．因此 $f(x)=0$ 無正根．

(2) 錯！如 $f(x)=(x^2+x+1)(x^2+2)=0$ 的四根為 $\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$，$\pm\sqrt{2}i$，沒有實根．

(3) 錯！如 $f(x)=(x+1)^3(x+2)=0$ 的四根為 -1，-1，-1，-2，沒有虛根．

(4) $f(1)+f(-1)=(1+a+b+c+2)+(1-a+b-c+2)=6+2b$ 為偶數．

(5) 因為 $f(-1)=1-a+b-c+2=(b+3)-(a+c)<0$ 且 $f(0)=2>0$，

所以根據勘根定理得知，在 -1 與 0 之間至少有一實根．

故選(1)(4)(5)．

11. 令新成績為 y 分，利用對數的運算公式，得

$$y=40\log\left(\frac{x+1}{10}\right)+60=40\left(\log(x+1)-\log 10\right)+60=40\log(x+1)+20\ .$$

(1)若 $x=9$，則 $y=40\log 10+20=60$．

(2)若 $x>20$，則 $y>40\log 21+20=40(\log 3+\log 7)+20\approx 40(0.4771+0.8451)+20=72.888$．

(3)錯！如班上最低分 9 分最高分 39 分，則調整後成績的全距為

$(40\log 40+20)-(40\log 10+20)=40(\log 40-\log 10)=40\log 4\approx 40\times 0.6020=24.08$，

小於原始成績的全距 $39-9=30$．

(4)因為函數 $y=40\log(x+1)+20$ 為嚴格遞增函數，所以調整前後每人的名次不變，

因此小文的新成績仍為中位數．

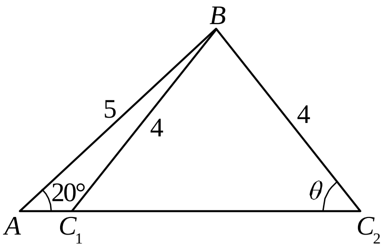
(5)錯！如班上原始成績為 0 分 8 人，9 分 21 人，15 分 12 人，平均 9 分，

則調整後的成績為 20 分 8 人，60 分 21 人，$40\log 16+20\approx 68$ 分 12 人，平均約 55 分．

此時若小美原成績 9 分（等於平均），但新成績 60 分卻不是新成績的平均．

故選(1)(2)(4)．

12. 滿足條件的三角形共有$\triangle ABC_1$與$\triangle ABC_2$兩個三角形，如下圖：



設$\angle AC_2B=\theta$，則$\angle ABC_2=160°-\theta$，$\angle AC_1B=180°-\theta$，$\angle ABC_1=\theta-20°$．

(1)因為$\cos(160°-\theta)$不恆等於$\cos(\theta-20°)$，所以$\cos B$的值不確定．

(2)因為$\sin(180°-\theta)=\sin\theta$，即$\sin\angle AC_1B=\sin\angle AC_2B$，所以$\sin C$的值確定．

(3)由圖知，$\triangle ABC_1$的面積小於$\triangle ABC_2$的面積．

(4)由圖知，$\triangle ABC_1$的內切圓半徑小於$\triangle ABC_2$的內切圓半徑．

(5)根據正弦定理，兩個三角形的外接圓半徑均為$\dfrac{4}{2\sin 20°}$．

故選(2)(5)．

13. 因為B認得甲的鑰匙，所以

(1)$P(A\text{抽到甲})=\dfrac{1}{4}$，$P(C\text{抽到甲})=\dfrac{3}{4}\times1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$．

(2)$P(C\text{抽到甲})=\dfrac{3}{8}$，$P(D\text{抽到甲})=\dfrac{3}{4}\times1\times\dfrac{1}{2}\times1=\dfrac{3}{8}$．

(3)$P(A\text{抽到乙})=\dfrac{1}{4}$，$P(B\text{抽到乙})=\underbrace{\left(\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{3}\right)}_{A\text{抽到甲}}+\underbrace{\left(\dfrac{2}{4}\times\dfrac{1}{2}\right)}_{A\text{沒抽到甲}}=\dfrac{1}{3}$．

(4)$P(B\text{抽到丙})=P(B\text{抽到乙})=\dfrac{1}{3}$，$P(C\text{抽到丙})=\underbrace{\left(\dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\right)}_{A\text{抽到甲}}+\underbrace{\left(\dfrac{2}{4}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\right)}_{A\text{沒抽到甲}}=\dfrac{5}{24}$．

(5)$P(C\text{抽到甲})=\dfrac{3}{8}$，$P(C\text{抽到乙})=P(C\text{抽到丙})=\dfrac{5}{24}$．

故選(4)(5)．

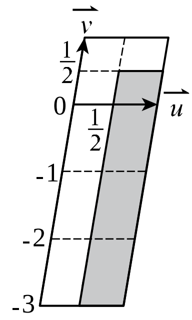
第二部分：選填題

A. 因為2×3階矩陣$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$有二列三行，所以有6個元．

先排第一列，並排除皆排0，有$2^3-1=7$種，再排第二列，並排除皆排0，也有$2^3-1=7$種，因此共有$7\times7=49$種．

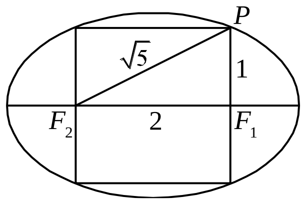
又當排完第一列時，若第二列與第一列排相同，則兩列相同，因此兩列相同的排法有 7 種．

故所求的排法共有 $49-7=42$ 種．



B. 如圖所示，Ω 的面積等於 $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 所張出之

平行四邊形面積的 $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times3=\frac{7}{4}$ 倍，即 $\frac{7}{4}\times\left|\begin{vmatrix}1&2\\3&4\end{vmatrix}\right|=\frac{7}{4}\times2=\frac{7}{2}$ ．



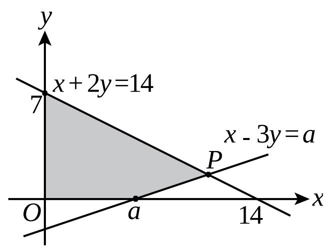
C. 如右圖，根據畢氏定理，得 $\overline{PF_2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ ．

由橢圓的定義，得長軸長為 $\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=1+\sqrt{5}$ ．

D. 使用高斯消去法，得

$$\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&3&0\\2&1&3&6\\1&-1&0&6\\1&-2&-1&8\end{array}\right]\to\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&3&0\\0&-3&-3&6\\0&-3&-3&6\\0&-4&-4&8\end{array}\right]\to\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&3&0\\0&1&1&-2\\0&1&1&-2\\0&1&1&-2\end{array}\right]\to\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&3&0\\0&1&1&-2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{array}\right]\to\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&1&4\\0&1&1&-2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{array}\right],$$

故 $a=1$，$b=4$，$c=1$，$d=-2$ ．



E. 當 $a=0$ 時，$x-3y=0$ 與 $x+2y=14$ 的交點為 $\left(\frac{42}{5},\frac{14}{5}\right)$，

得區域面積為 $\frac{1}{2}\times7\times\frac{42}{5}=\frac{147}{5}$，小於 $\frac{213}{5}$，得知 a 為正數．

（也可以由答案格式的提示知 a 不為負．）

如右圖，解 $\begin{cases}x-3y=a\\x+2y=14\end{cases}$，得交點 P 的 y 坐標為 $\frac{14-a}{5}$ ．

因為區域面積為 $\frac{213}{5}$，所以 $\frac{1}{2}\times14\times7-\frac{1}{2}\times(14-a)\times\frac{14-a}{5}=\frac{213}{5}$，

$\Rightarrow 49-\frac{(14-a)^2}{10}=\frac{213}{5}\Rightarrow(14-a)^2=64\Rightarrow a=6$ 或 22（不合）.

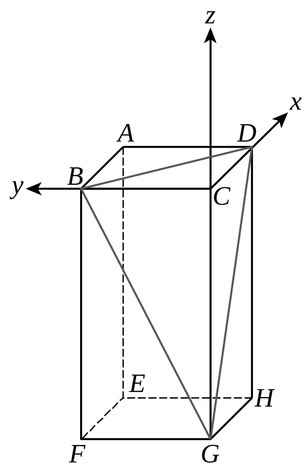
F. 因為$\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} > 0$，所以$ac - b^2 > 0$，即$b^2 < ac$．當$b$為奇數時，列表討論如下：

b	1		3					5	
b^2	1		9					25	
a	1	2～6	2	3	4	5	6	5	6
c	2～6	1～6	5～6	4～6	3～6	2～6	2～6	6	5～6
個數	5	30	2	3	4	5	5	1	2

合計共$5+30+2+3+4+5+5+1+2=57$（個）.

根據條件機率的定義，得$P\left(b^2 < ac \mid b\text{為奇}\right) = \dfrac{n\left(b\text{為奇且}b^2 < ac\right)}{n\left(b\text{為奇}\right)} = \dfrac{57}{6\times3\times6} = \dfrac{19}{36}$．

G. 如右圖，建立坐標系，各點坐標為$C(0,0,0)$，$D(d,0,0)$，$B(0,b,0)$，$G(0,0,g)$，則$A(d,b,0)$，$E(d,b,g)$，



由截距式，得平面BDG的方程式為$\dfrac{x}{d}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{g}=1$．

設點P的坐標為(x,y,z)，

因為$\overrightarrow{AP} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + a\overrightarrow{AE}$，所以

$$(x-d, y-b, z) = \frac{1}{3}(-d,0,0) + 2(0,-b,0) + a(0,0,g) = \left(\frac{-d}{3}, -2b, ag\right),$$

得$x = \dfrac{2d}{3}$，$y = -b$，$z = ag$，即P的坐標為$\left(\dfrac{2d}{3}, -b, ag\right)$．

將P代入$\dfrac{x}{d}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{g}=1$，得$\dfrac{2}{3}+(-1)+a=1 \Rightarrow a=\dfrac{4}{3}$．