



# 108 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學 (C)

總	分

### 數學 C 參考公式

1. 三角函數的和角公式：

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta ; \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

2. 若  $\alpha$ 、 $\beta$  為一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的兩根，則  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ 。

3. 若一複數  $z$  其極式為  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ，其中  $r = |z|$ ，則  $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ，其中  $n$  為正整數。

4. 扇形面積  $A = \frac{1}{2}r^2\theta$  且周長  $L = 2r + r\theta$ ，其中  $r$  為扇形的半徑， $\theta$  為扇形的圓心角。

5. 拋物線方程式  $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ ：頂點  $(h, k)$ ，焦點  $(h + c, k)$ ，準線  $x = h - c$ 。

6. 橢圓方程式  $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ ， $a \geq b > 0$ ：中心  $(h, k)$ ，焦點  $(h \pm c, k)$ ，其中  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ 。

7. 雙曲線方程式  $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ ：中心  $(h, k)$ ，焦點  $(h \pm c, k)$ ，其中  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。

8. 相異物的直線排列數  $P_k^n = \frac{n!}{(n - k)!}$ ，不可重覆的組合數  $C_k^n = \frac{n!}{k!(n - k)!}$ 。

9. 設有一組抽樣資料  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，其算術平均數為  $\bar{x}$ ，則樣本標準差為  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$ 。

### 單選題 (每題 4 分，共 100 分)

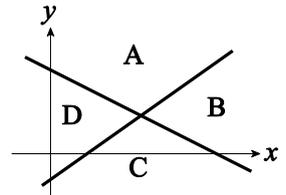
( ) 1. 已知  $\vec{u} = (1, 1)$ ， $\vec{v} = (x + 4, y - 1)$  及  $\vec{w} = (2x, y)$ 。若  $\vec{u}$  與  $\vec{v}$  垂直且  $\vec{u}$  與  $\vec{w}$  平行，則下列何者正確？

(A)  $x = 1$  (B)  $y = -2$  (C)  $y = 1$  (D)  $x = -2$ 。

( ) 2. 若  $3 < \log_{0.5}(2x + 1) < 4$ ，則  $x$  的範圍為何？

(A)  $-\frac{3}{8} < x < -\frac{1}{4}$  (B)  $-\frac{7}{16} < x < -\frac{3}{8}$  (C)  $-\frac{15}{32} < x < -\frac{7}{16}$  (D)  $-\frac{31}{64} < x < -\frac{15}{32}$ 。

- ( ) 3. 有兩條直線  $L_1: 3x - 5y = 2$ 、 $L_2: x + 2y = 3$  將平面分成四個區域，如圖所示，試問區域 A 可用哪一組不等式表示？



- (A)  $\begin{cases} 3x - 5y \geq 2 \\ x + 2y \geq 3 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 3x - 5y \leq 2 \\ x + 2y \geq 3 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 3x - 5y \geq 2 \\ x + 2y \leq 3 \end{cases}$   
 (D)  $\begin{cases} 3x - 5y \leq 2 \\ x + 2y \leq 3 \end{cases}$ 。

- ( ) 4. 已知下列兩個聯立方程組有相同的解  $(x, y, z)$ ，試問  $a$  的值為何？

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 4 \\ 5x + 2y - 2z = 3 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 3y - 2z = a \\ 4x + 5y - 3z = 1 \end{cases}$$

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。

- ( ) 5. 已知扇形的面積為 1 且其周長為 5，試問此扇形的半徑為何？

- (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) 2。

- ( ) 6. 有一梯子斜靠於牆上，且梯子、地面及牆面構成一個  $30^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $90^\circ$  的直角三角形。若梯子沿牆面下滑  $\frac{1}{2}$  公尺時，則梯子、地面及牆面構成一個  $45^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  的直角三角形。試問梯長為多少公尺？

- (A)  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$  (C)  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 。

- ( ) 7. 已知  $f(x)$  與  $g(x)$  均為多項式，若以  $x^2 - 3x + 2$  除  $f(x)$  所得餘式為  $3x - 4$ ，以  $x - 1$  除  $g(x)$  所得餘式為 5，則以  $x - 1$  除  $f(x) + g(x)$  所得餘式為何？

- (A) -4 (B) -3 (C) 3 (D) 4。

- ( ) 8. 已知  $\frac{x^2 + 5x + 6}{(x - 2)(x^2 + 1)} = \frac{A}{x - 2} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$ ，其中  $A$ 、 $B$  與  $C$  為實數，則  $A + 2B + 3C =$

- (A) -5 (B) 0 (C) 8 (D) 10。

- ( ) 9. 已知坐標平面上三直線  $L_1: 3x + 3y = 2$ 、 $L_2: 2x - 3y = 3$ 、 $L_3: x - ay = -2$ ，且這三直線將平面分成六個區域，則  $a$  不可以 是下列哪一個值？

- (A)  $\frac{3}{2}$  (B) 1 (C) -1 (D) -9。

- ( ) 10. 某次啦啦隊競賽規定，每隊組隊人數 8 人且男、女生均至少 2 人。某班共有 4 名男生與 6 名女生想參加啦啦隊競賽，若由此 10 人中依規定選出 8 人組隊，則共有多少種組隊方式？

- (A) 45 (B) 60 (C) 75 (D) 90。

- ( ) 11. 下列何選項的值為組合數  $C_3^8$  ?
- (A) 「由8人中選3人分別擔任班長、副班長與康樂股長」所有的可能情形  
 (B)  $(x-1)^8$  展開式中， $x^3$  項的係數  
 (C) 「AAABBBBB 共8個字母任意排列」所有的可能情形  
 (D) 「8枝相同的筆全部分給3人且每人至少得到1枝筆」所有的可能情形。
- ( ) 12. 利用簡單隨機抽樣，從10位同學中選取2位同學參加比賽，若選中2位同學均為男生的機率小於  $\frac{1}{10}$ ，則選中2位女生機率的最小值為何？
- (A)  $\frac{7}{15}$  (B)  $\frac{8}{15}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{2}{3}$ 。
- ( ) 13. 已知  $\{a_n\}$  為等差數列且滿足  $a_1 > 0$ 、 $a_5 = 3a_{12}$ 。則當  $n$  為多少時， $a_n$  開始為負數？
- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17。
- ( ) 14. 已知  $F(x) = \frac{d}{dx} \left[ \int_1^x (t^2 + 1) dt \right]$ ，則  $F(1) =$
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。
- ( ) 15. 已知函數  $f(x)$  的導函數為  $g(x) = x^2 - 4x + 2$ ，則  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} =$
- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2。
- ( ) 16. 若點  $P(x, y)$  為有向角  $\theta$  終邊上一點且  $xy \neq 0$ ，則下列何者正確？
- (A)  $x \sin \theta > 0$  (B)  $y \cos \theta > 0$  (C)  $x \cot \theta > 0$  (D)  $y \csc \theta > 0$ 。
- ( ) 17. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\frac{\cos B + i \sin B}{(\cos A + i \sin A)(\cos C + i \sin C)}$  為實數，其中  $i = \sqrt{-1}$ ，則  $\triangle ABC$  必為何種三角形？
- (A) 等腰三角形 (B) 銳角三角形 (C) 直角三角形 (D) 鈍角三角形。
- ( ) 18. 下列為四個班級某次數學測驗的成績分組資料，若以各組的組中點取代該組資料的原始數據，則何者的成績標準差最小？

(A)	分數組別	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
	人數	8	6	7	7	6	8
(B)	分數組別	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
	人數	18	2	1	1	2	18
(C)	分數組別	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
	人數	1	2	18	18	2	1

(D)	分數組別	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
	人數	10	10	1	1	10	10

- ( ) 19. 已知坐標平面上三直線  $L$ 、 $L_1$  與  $L_2$ ，若直線  $L$  為水平線， $L_1$  與  $L_2$  的斜率分別為  $\frac{2}{3}$  與  $-\frac{3}{2}$ ，且直線  $L$  被  $L_1$  與  $L_2$  所截出的線段長為 26，則此三直線所圍成的三角形面積為多少平方單位？  
(A) 39 (B) 52 (C) 78 (D) 156。
- ( ) 20. 已知  $\log_4(4^x - 2^x + 52) = x + 1$ ，試問  $\log(x^2 \cdot 5^x) =$   
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
- ( ) 21. 計算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right) =$   
(A)  $\frac{3}{2}$  (B) 1 (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{8}$ 。
- ( ) 22. 已知點  $F$  及直線  $L$  分別為橢圓  $\frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$  的焦點及短軸。若以直線  $L$  為準線及點  $F$  為焦點所作出拋物線的方程式為  $4c(x-h) = (y-k)^2$ ，則  $|chk| =$   
(A) 12 (B) 8 (C) 6 (D) 4。
- ( ) 23. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  為橢圓  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$  的焦點，且  $F_3$ 、 $F_4$  為雙曲線  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  的焦點。若  $P$  點為上述橢圓與雙曲線之交點，則下列何者正確？  
(A)  $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 24$  (B)  $\overline{PF_3} + \overline{PF_4} = 26$  (C)  $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 6$   
(D)  $|\overline{PF_3} - \overline{PF_4}| = 6$ 。
- ( ) 24. 已知  $O(0,0)$ 、 $P(-3,4)$  與  $Q(x,y)$  為坐標平面上三點。若以  $O$  為圓心， $\overline{OP}$  為半徑，逆時針方向轉動  $30^\circ$  後， $P$  點與  $Q$  點重疊，則下列何者正確？  
(A)  $x = \frac{-3\sqrt{3}-4}{2}$  (B)  $x = \frac{-3\sqrt{3}+4}{2}$  (C)  $y = \frac{4\sqrt{3}-3}{10}$  (D)  $y = \frac{4\sqrt{3}+3}{2}$ 。
- ( ) 25. 小明設計了一款迴力鏢，已知將此迴力鏢擲出後，迴力鏢過了時間  $t$  秒後與小明的距離為  $f(t) = \frac{100t}{t^2+9}$  公尺，若在  $t_0$  秒時，迴力鏢離小明最遠，則  $t_0 =$   
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。